

شناسایی بدفهمی های رایج ریاضی پایه سوم ابتدایی

زهرا کریم نژاد لالمی^۱، نرگس امینی سیاهمزگی^۲

^۱مدرس دانشگاه بنت الهدی صدر رشت (نویسنده مسئول)

^۲دانشجوی آموزش ابتدایی بنت الهدی صدر رشت

چکیده

درک مفاهیم ریاضی در بعضی از دانش آموزان همیشه با یک سری اشتباهاتی همراه است، درک درست دانش آموزان از بدفهمی ها و اشتباهاتی که در فرایند یادگیری و حل مسئله به وجود می آید یکی از عوامل رشد عملکرد و پیشرفت ریاضی آنان محسوب می شود. هدف از این پژوهش مشخص کردن بخشی از یافته های پژوهشی در زمینه شناسایی بدفهمی های رایج ریاضیات پایه سوم مقطع ابتدایی و ارائه راه حل درست برای آموزش مناسب آن است. برای شناسایی بدفهمی های رایج دانش آموزان و ارائه ی آموزش آن ضمن استفاده از تجارب پژوهشگران، از مطالعات کتابخانه ای، مصاحبه با معلمان با تجربه و تجربیات خودم استفاده شده است. نتیجه تحقیقات از پژوهش نشان می دهد، دانش آموزان پایه ی سوم ابتدایی با بد فهمی های بسیاری درحوزه های موضوعی و فرایندی ریاضی روبرو هستند. با استفاده از تاکید بر تفاوت ها و شباهت ها در زمان تدریس، توجه به تفاوت های فردی، کاهش فشار روانی و راهکار های مناسب می توان از این رویداد جلوگیری کرده و به فرایند یادگیری کمک کرد.

واژه های کلیدی: بدفهمی، کسر، محیط، مساحت

مقدمه

با توجه به اینکه درس ریاضی یکی از دروس مهم این مقطع و پیش نیاز ریاضی سال های بعد می باشد، رفع مشکلات و بدفهمی دانش آموزان در پایه سوم نقش مهمی در بهبود عملکرد آن ها در درس ریاضی خواهد داشت. در این بخش تعدادی از بدفهمی هایی که توسط معلمان کلاس سوم ابتدایی گزارش شده و همچنین تجربیات چندین ساله خود را بیان و راهکارهایی را برای یادگیری بهتر و رفع بدفهمی دانش آموزان ارائه می کنیم.

بدفهمی هایی که در این پژوهش به آن پرداخته ایم به شرح زیر هستند:

۱-الگوها

۲- خواندن ساعت در بعد از ظهر و قبل از ظهر

۳- اعداد چهار رقمی و حروف نویسی تساوی

۴- مقایسه ی کسر ها،

۵-محیط و مساحت.

مبانی نظری و پیشینه پژوهش

اشتباهات و بدفهمی های دانش آموزان در ریاضیات

هر جا که آموزش و یادگیری در میان باشد، امکان فراگیری ناقص و نارسایی برخی از مطالب و مفاهیم مورد آموزش وجود دارد (زهرهوند، ۱۳۹۲). دانش آموزان در درک مفاهیم مختلف دچار خطاهای متعددی می شوند که به طور کلی می توان آن ها را در دو نوع تقسیم کرد.

۱- خطاهای محاسباتی و بی دقتی هایی که نظام مند (قابل پیش بینی نیستند و ما عنوان «اشتباه» را به آن ها اختصاص می دهیم. اشتباهات معمولاً خطاهایی هستند که در اثر بی دقتی رخ می دهند. هنگامی که معلم از دانش آموز می خواهد پاسخ هایش را بیازماید یا مجدد محاسباتش را نگاه کند، چنانچه دانش آموز مفهوم تدریس شده را به خوبی درک کرده باشد، متوجه آن اشتباه می شود (باتل، ۱۳۸۹).

۲- خطاهای نظام مند که تحت عنوان «بدفهمی» شناخته می شوند. باتل (۱۳۸۹) بیان می دارد که بدفهمی ناشی از این است که دانش آموز، مطلب را درک نکرده یا به غلط درک کرده است. این خطاها ناشی از بی دقتی یا بی توجهی به فعالیت نیستند و ریشه های عمیق تری دارند. بدفهمی دانش آموزان ممکن است از تجربیات و دانسته های پیشین آنها در زندگی روزمره نشأت بگیرد و به طور جدی توسط دانش آموزان حفظ شود و لذا نتایج حاصل از یادگیری آنها را به تأخیر می اندازد (پور عظیماء ۱۳۹۱)

بدفهمی ها برای یاددهی و یادگیری بسیار با اهمیت هستند زیرا بخشی از ساختار درک مفهومی دانش آموزان را تشکیل می دهند و جزئی از فرآیند ساختن مفاهیم جدید و ارزیابی طرحواره های شخصی محسوب می شوند. در نتیجه، بدفهمی ها روی یادگیری مطالب جدید تأثیر منفی خواهند گذاشت. در واقع آن ها موانع جدی برای ساخت مفاهیم تخصصی هستند و ممکن است یادگیری و درک مفاهیم جدید را مختل کنند (کریمی کیا، ۱۳۹۱).

چند تعریف از بدفهمی

اوزکان (۲۰۱۱) بیان می کند بدفهمی ها، مفاهیمی هستند که شخص تصور می کند درست هستند و به طور معمول از آن ها استفاده می کند. آلن (۲۰۰۷) بدفهمی را یک ایده یا یک نظر اشتباه می داند که از درک نادرست بعضی چیزها ناشی می شود. میکائیل (۲۰۰۲) بدفهمی ها را ناهماهنگی و تناقض بین مفهومی که دانش آموز باید یاد بگیرد و مدل مفهومی که آن ها در ذهنشان می سازند تعریف می کند. بدفهمی، درک یک مفهوم به صورت نادرست یا ناقص می باشد و برای دانش آموزانی که با آن مواجه هستند، معنادار و کارآمد است (اریلماز و سورملی، ۲۰۰۲: نقل شده در زهره وند، ۱۳۹۲). اسمیت، دیسیسا و روسچل (۱۹۹۳) معتقدند که اشتباهات به طور تصادفی ساخته نمی شوند، بلکه به طور نظام مند توسط دانش آموز شکل می گیرد و به طور قابل توجهی متفاوت از خطاهای محاسباتی معمولی هستند. مستر (۱۹۸۹) معتقد است برخی از ایده هایی که دانش آموزان برای ساختن مفاهیم دنیای خود استفاده می کنند، ممکن است ناقص باشد و تمام حقیقت نباشد که بدفهمی ها نامیده می شوند. بلاسر (۱۹۸۷) اظهار می نماید بدفهمی یک معنای ضمنی روشن از یک ایده اشتباه یا یک مدل یا نظریه رسمی نادرست است. وایت و میشل مور (۲۰۰۲) توضیح می دهند که مفاهیم، طی یک فرایند انتزاعی در ذهن شکل می گیرند، فرایندی که توسط آن، فرد نسبت نظم و تشابهات موجود در تجارب خود، آگاه می شود و می تواند این نظم و تشابه بین تجربه ها را در موقعیت های آتی نیز تشخیص دهد. پس هر مفهوم توصیف واضحی از تشابهات عمده در همه ی موقعیت های مختلفی است که از آن ها منتزع می شود.

از این گذشته، اسکمپ ابراز می‌دارد که مفاهیم اولیه مستقیماً از تماس با اشیای فیزیکی و تجارب روزمره منتزع می‌شوند، در حالی که مفاهیم ثانویه از مفاهیم دیگر- چه اولیه چه ثانویه- منتزع می‌شوند و چون مفاهیم ریاضی، ایده‌هایی هستند که اغلب طی دو یا چند مرحله از تجرید شکل می‌گیرند، جزو مفاهیم ثانویه هستند به همین دلیل امکان مغایرت بین چگونگی شکل‌گیری این مفاهیم در ذهن دانش‌آموزان با آنچه در نظر معلم بوده و در نتیجه تشکیل طرحواره‌هایی متفاوت با انتظار وی محتمل‌تر است. از این رو در ادبیات مربوط به این حوزه واژه بدفهمی برای بیان موقعیتی به کار می‌رود که در آن ممکن است عقیده‌ای که دانش‌آموز از یک مفهوم در ذهن می‌سازد با عقیده کارشناسان آن علم در تقابل باشد، این موقعیت، با جایی که در آن، یک خطای سهوی اتفاق می‌افتد متفاوت است زیرا موجب بروز خطاهای مفهومی نظام‌مند می‌گردد یعنی اشتباهاتی که در موقعیت‌های مشابه نیز اتفاق می‌افتند.

به گفته بن زیو الگوریتم‌های خطای دانش‌آموزان اغلب نظام‌مند، قانون مدار و غیرتصادفی هستند. بدین سبب، وی از واژه‌ی خطاهای منطقی استفاده کرده است تا نشان دهد که در چنین شرایطی اگر چه دانش‌آموزان قانونی ناصحیح را به وجود آورده‌اند، ولی از آن در موقعیت‌های مختلف به صورت پایدار و ظاهراً منطقی استفاده می‌کنند.

از این گذشته، اولیویر بدفهمی را باورها و اصولی در ساختار شناختی فرد می‌داند که علت بروز خطاهای مفهومی نظام‌مند هستند و اسمیت و همکاران نیز در جمع‌بندی خود از تحقیقات انجام گرفته در مورد بدفهمی‌های حوزه‌های ریاضی و علوم، به این نتیجه رسیده‌اند که می‌توانند بدفهمی را برای نشان دادن آن گونه از برداشت‌های دانش‌آموزان که منجر به تولید الگوی نظامندی از اشتباهات می‌شود، به کار ببرند.

برای روشن‌تر شدن موضوع، به چند مورد از بدفهمی‌های ریاضی که توسط دکتر شهریاری شناسایی شده‌اند می‌پردازیم:

$$\frac{4^x}{2^x} = 2 \quad \text{و} \quad a^{\frac{-2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$$

$$x^{2a} + x^{2b} = x^2(x^a + x^b) \quad \text{و} \quad 4 \times 2^a = 8^a \quad \text{و} \quad 2^x + 4^x = 6^x$$

علل به وجود آمدن بدفهمی

ذهن انسان بسیار پیچیده می باشد، به همین دلیل پیدا کردن علت یا علت های کاری که انجام می دهد بسیار مشکل است. در مورد پیدا کردن علت بدفهمی ها نیز همین طور است. طرحواره ذهنی یک فرد، محیط کلاس درس، روش تدریس معلم و برخی از عوامل به وجود آمدن بدفهمی ها باشند که در ادامه به آنها پرداخته می شود.

سیف (۱۳۷۹) اظهار می کند که پیازه در تبیین نظریه رشد شناختی خود، از طرحواره به عنوان ساختار شناختی فرد که به طریقی معین موجب انجام یک عمل توسط وی می شود، استفاده نمود. اولیویر (۱۹۹۲) طرحواره را به عنوان واحدهایی از ایده ها و مفاهیم از درون مرتبط در ذهن فرد که از طریق سازماندهی دانش توسط وی ایجاد شده اند، معرفی نموده است. به طور خلاصه، طرحواره ها را می توان ساختارهای سازمان یافته دانش در نظر گرفت که با توجه به ماهیت ساختارمند ریاضی، اهمیت آنها در یادگیری و آموزش ریاضی ضروری است. درک و یادگیری مطالب نیز با طرحواره رابطه مستقیم دارند. علم الهیادی (۱۳۸۸) بیان می کند که فرد به توانایی استفاده از این طرحواره ها که به آن «فراخوانی طرحواره» گفته می شود، نیازمند است تا بتواند با بازتاب بر آنها مطلب جدید را درک نماید. مرکز شناخت شناسی ژنوتیز یادگیری را ساختن طرحواره های جدید در ذهن و با گسترش و تعمیم طرحواره های موجود دانسته است (بهین آیین، ۱۳۸۲).

بد فهمی های الگو ها:

در الگوها یا شمارش چند تا چندتا دیده می شود که بعضی از دانش آموزان با راه حل های نادرست به دنبال یافتن جواب هستند. به عنوان مثال وقتی از دانش آموزان می خواهیم که سه تا سه تا یا چهار تا چهارتا بشمارند، دچار اشتباهاتی می شوند که این اشتباهات ناشی از بدفهمی موضوع است. در ادامه با یک مثال، چند تا از این بد فهمی ها را ارائه می دهیم. مثلا فرض کنید از دانش آموزان بخواهیم که طبق الگوی زیر سه تا سه تا بشمارند:

۳و۹و۱۲و....

برخی از دانش آموزان عدد بعد از ۱۲ را ۱۴ بیان می کنند که این جواب غلط است. این گونه جواب دادن به سوال، به خاطر چند عامل می تواند باشد:

- ۱- دانش آموزان در شمارش اشتباه می کنند و اینگونه می شمارند، دوازده، سیزده و چهارده. یعنی خود عدد ۱۲ را هم می شمارند که این یک اشتباه رایج در بین دانش آموزان است.

۲- دانش آموزان شمارش دو تا دو تا را قبلا یاد گرفته است و با مشاهده ی عدد ۱۲، عدد ۱۴ را ارائه می دهد، چون طبق شمارش دوتا دوتا فکر می کند که عدد بعدی هم باید زوج باشد.

راهکار حل بد فهمی در الگو و شمارش چند تا چند تا:

این مشکل را می توان با دست ورزی برای دانش آموزان تفهیم کرد. برای این منظور از چینه ها، حبوبات و یا چوب خط ها می توان استفاده کرد. بدین صورت که هر یک از آنها را ۲ تا ۲ تا یا ۳ تا ۳ تا دسته بندی کرده و با تکرار و تمرین بیشتر باعث تثبیت این امر برای دانش آموزان می شویم تا اینکه بتوانند به صورت ذهنی به محاسبه بپردازند.

بد فهمی الگویابی برای تشخیص سود از فروشی کالا:

برخی از دانش آموزان در تشخیص سود حاصل از فروش کالا دچار بدفهمی هایی هستند در ادامه با بیان یک مثال، نمونه ای از این بدفهمی ها را ارائه می دهیم.

مثال: فرض کنید یک قناد، نوعی شکلات را ۳۰۰ تومان میخرد و آن شکلات را ۴۵۰ تومان می فروشد می خواهیم:

الف) سود حاصل از فروش ها شکلات را محاسبه کنیم.

ب) قناد چند شکلات بفروشد تا با سود آن بتواند یک شکلات بخرد؟

ج) چند شکلات بفروشد تا ۹۰۰ تومان سود کند؟

در حل این سوال برخی از، دانش آموزان به صورت زیر جواب را ارائه می دهند:

جواب برای قسمت الف)

$$۴۵۰ + ۴۵۰ + ۴۵۰ + ۴۵۰ = ۱۸۰$$

جواب قسمت ج)

$$۴۵۰ + ۴۵۰ = ۹۰۰$$

دلیل ارائه چنین جوابی ناشی از این است که دانش آموزان در مفهوم سود حاصل از فروش دچار بدفهمی است برای حل درست این مساله دانش آموز ابتدا باید مفهوم سود را بداند. یعنی باید بداند که منظور از سود، اختلاف قیمت فروشی و قیمت خریدا است. بنابراین ابتدا مقدار سود را محاسبه می کنیم:

قیمت خرید - قیمت فروشی = سود

$$۱۵۰ = ۳۰۰ - ۴۵۰ = \text{سود}$$

اکنون که سود را محاسبه کردیم، قسمت های دیگر را می توان با کمک جدو الگویای حل کرد.

تعداد شکلات ها	۱	۲	۳	۴	۵	۶
مقدار سود	۱۵۰	۳۰۰	۴۵۰	۶۰۰	۷۵۰	۹۰۰

بد فهمی در خواندن و نوشتن ساعت در بعدازظهر:

برخی از دانش آموزان پایه ی سوم در خواندن و نوشتن ساعت در بعدازظهر دچار بدفهمی هستند به عنوان مثال در این

تمرین که از صفحه ۲۳ کتاب آورده شده است، دانش آموزانی جوابی ارائه دادند که در ادامه بیان می کنیم:

یک برنامه رادیوی در ساعت ۴ بعد از ظهر پخش می شود در چه ساعتی از شبانه روز این برنامه پخش می شود؟

در حال این سوال دانش آموزانی پاسخ را ساعت ۴ اعلام می کنند که این مشکل ناشی از بد فهمی مفهوم بعد از ظهر و

قبل از ظهر است. در اینجا برای جواب درست دانش آموز باید عدد ۱۲ را با عدد ۴ جمع کند:

$$۴ + ۱۲ = ۱۶$$

برای حل این مشکل باید به دانش آموزان تفهیم کنیم که هر شبانه روز ۲۴ ساعت است و ساعات قبل از ظهر را از ۱ تا ۱۲

و ساعات بعد از ظهر را از ۱۳ تا ۲۴ در نظر می گیریم. و برای محاسبه ی ساعتی که به بعد از ظهر مربوط می شوند، عدد

داده شده را با عدد ۱۲ جمع کرده تا به ساعت در سمت برسیم. راه دیگر تفهیم این ساعت در بعدازظهر استفاده از ساعت

آموزشی در کلاس درس است. همچنین از دانش آموزان بخواهیم که با ساخت کار دستی ساعت، زمانها اعلام شده به آنها ر

به صورت عملی انجام دهند تا درک بهتر و عمیق تری از این موضوع پیدا کنند.

بدفهمی نوشتن و خواندن اعداد چهار رقمی:

تعدادی از دانش آموزان پایه ی سوم ابتدایی در نوشتن و خوتندن اعداد چهار رقمی و قرار دادن آنها در جدول ارزش

مکانی (هزار گان، صدگان، دهگان و یکان) دچار بدفهمی هستند. به عنوان مثال یکی از بدفهمی ها رایج در عددنویسی است،

فرض کنید از دانش آموزان بخواهیم که عدد هشت هزار پنجاه و چهار را با رقم بنویسید. در این تمرین چون دانش آموز

ارزش های عدد در جدول ارزشی مکانی را به درستی نمی تواند تشخیص دهد، بدون توجه به طبقات جدول ارزشی مکانی،

شروع به نوشتن اعداد به صورت پشت سر هم می کند، یعنی پس شنیدن هشت هزار آن را به صورت ۸۰۰۰ می نویسد و سپس با شنیدن پنجاه و چهار، ۵۴ را بعد از ۸۰۰۰ بیان می کند و به عدد ۷۰۰۰۵۴ می رسد. یا مثلاً در خواندن عدد ۸۰۰۰ آن را به صورت هشتصد می خواند.

این نوع بد فهمی به دلیل درک نکردن تفاوت رقم و عدد ایجاد شده است زیرا دانش آموز هشت هزار را به عنوان یک عدد می بیند به عنوان عددی که در مرتبه ی هزار گان است بنابراین آن را به صورت ۸۰۰۰ می نویسد مفهوم اعداد اولین مفهومی است که دانش آموز در کلاس اول با آن آشنا می شود. عدد دارای مفاهیم زیادی است که دانش آموزان باید درک درست و آشنایی کامل با آن داشته باشند. انش آموزان باید رقم و تفات آن با عدد و درک ارزش هر رقم در یک عدد چهار رقمی و درک جایگاه آن با استفاده از جدول ارزش مکانی آشنایی کاملداشته باشند، بنابراین برای رفع بد فهمی که در بالا آن اشاره کردیم، لازم است مفهوم عدد و رقم با توجه به جدول ارزش مکانی برای دانش آموز مرور شود این کار با رسم جدول ارزش مکانی به عنوان گام نخست یادگیری شروع می شود.

یکان	دهگان	صدگان	هزارگان
۴	۵	صفر	۸

همچنین برای تدریس اعداد چهار رقمی از نی هایی که به صورت دسته های یکی، ده تایی، صد تایی، و هزار تایی دسته بندی شده است یا سکه های یک ریالی، ۱۰ ریالی، ۱۰۰ ریالی و هزار ریالی که بر روی تخته چسبانده می شود، می توان استفاده کرد. حتی بیان درسی به صورت داستان در درک مفهوم اعداد چهار رقمی می تواند مفید باشد.

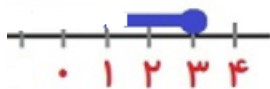
بد فهمی کسرها، تساوی و مقایسه ی آنها:

کسرها با توجه به موقعیت هایی که استفاده می شوند می توانند، نشان دهنده ی معانی مختلفی باشند:

با توجه به موقعیتهایی که استفاده میشوند، کسرها میتوانند نشان دهنده معانی مختلفی باشند. استیوارت درک معنی کسر را با توجه به ارتباط بین مفهوم انتزاعی کسر و جایگاه استفاده از کسر معرفی میکند. به گفته لامون چون کسرها زیر مجموعه ای از اعداد گویا نسبت دو عدد صحیح به هم با مخرج غیر صفر هستند، توسعه تفکر نسبیتی، باعث فهم بهتر اعداد گویا و به تبع آن، کسرها میشود. این در حالی است که استیوارت نشان داد که کسرها، به عنوان منشاء شکل گیری مفهومی اعداد گویا

هستند. در هر صورت، هر دو تحقیق، بر ارتباط مفهومی اعداد گویا و کسرها تأکید دارند و از یافته‌های آنها میتوان نتیجه گرفت که هر دو مفهوم، به توسعه یکدیگر کمک می‌کنند. کیرن، ساختار کسر را به پنج ساختار اصلی رابطه جزء به کل، اندازه، عملگر، خارج قسمت و نسبت تقسیم کرده است که هر کدام، با وجود نقش‌های متفاوتی که دارند، به هم مرتبط اند. مفهوم کسر در کتاب ریاضی سوم ابتدایی، به صورت مستقیم و غیر مستقیم به تمامی ساختارهای آن می‌پردازد. در مطالعات مختلفی که توسط آسکیو و سوان صورت گرفته، برخی از اشتباهات و بدفهمی‌های دانش‌آموزان در رابطه با کسرها، شناسایی شدند. با تعمق در این بدفهمی‌ها و بررسی تطبیقی آن با محتوای کتاب درسی ریاضی سوم ابتدایی می‌توان به بدفهمی‌های زیر اشاره کرد:

- ۱- بعضی از دانش‌آموزان در اندازه‌گیری اشیاء، فکر می‌کنند که همیشه باید از مبدا شروع کنند به عنوان مثال در شکل زیر طول خط ۳ در نظر می‌گیرند و طول خط ۳ اعلام می‌کنند و مشکل این است که دانش‌آموز از مبدا شروع کرده است. در صورتی که طول خط ۱,۵ سانتی‌متر است.



- ۲- یکی دیگر از بدفهمی‌های متداول این است که دانش‌آموزان کسر را به صورت جزئی از جز می‌نویسند در صورتیکه کسر جزئی از کل می‌باشد به عنوان مثال به تمرین زیر دقت کنید:
- چه کسری از شکل زیر رنگی است؟

بعضی از دانش‌آموزان جواب $\frac{5}{7}$ را ارائه می‌دهند که این اشتباه ناشی از نوشتن کسر به صورت جزئی از جز است ینی در صورت تعداد خانه های رنگ شده را می‌آورد و در مخرج تعداد خانه هایی که رنگ نشده است را ارائه می‌دهد ولی باید به دانش‌آموز یاد آوری کرد که منظور سوال این است که ۱۲ خانه (کل خانه‌ها) چند خانه رنگی است که جواب $\frac{5}{12}$ می‌باشد.

۳- برخی از دانش آموزان قادر به تشخیص کسرهای مساوی که صورت و خرج متفاوت دارند، نمی باشند. به عنوان مثال وئتی از آنها سوال می شود که آیا دو کسر $\frac{3}{8}$ و $\frac{6}{16}$ با هم برابرند جواب آنها چند است و دلیل شان هم این است که صورت و مخرج هر دو کسر متفاوت است.

برای رفع این بد فهمی با مثال زیر میتوان مفهوم را برای دانش آموز تثبیت کرد.

مثال: می خواهیم با رنگ آمیزی خانه های دو شکل زیر نشان دهیم $\frac{3}{8}$ و $\frac{6}{16}$ با هم برابرند دقت کنید که طول و عرض هر دو مستطیل داده شده برابر است.

همانطور که مشاهده می شود در هر دو شکل مساحت های رنگ شده با هم برابر است بنابراین دو کسر $\frac{3}{8}$ و $\frac{6}{16}$ نیز با هم برابر می باشند.

۴- یکی دیگر از بدفهمی های رایج در کسرها این است که وقتی از دانش آموزان می خواهیم کسرهای مساوی با صورت و مخرج متفاوت ارائه دهند، به جای ضرب کردن صورت و مخرج در یک عدد یکسان، صورت و مخرج را با عدد یکسانی جمع می کنند. مثلاً وقتی از آنها می خواهیم که کسری مساوی $\frac{3}{8}$ ارائه دهند صورت و مخرج را با ۲ جمع کرده و کسر $\frac{3+2}{8+2}$ مساوی $\frac{5}{10}$ را ارائه می دهند که جواب آن نشان دهیم که دو کسر $\frac{3}{8}$ و $\frac{5}{10}$ با هم برابر نیستند.

در شکل اول از خانه ۶ خانه ۳ رنگ شده است یعنی نصف خانه ها را رنگ کرده ایم اگر کسر $\frac{3}{6}$ بخواید با کسر $\frac{5}{8}$ برابر باشد باید در شکل دوم نیز نصف خانه ها را رنگ آمیزی کنیم یعنی ۴ تا از ۸ خانه ولی ما ۵ تا از ۸ خانه را رنگ آمیزی کرده ایم پس کسر $\frac{3}{6}$ و $\frac{5}{8}$ با هم برابر نیستند.

۵- یکی از بدفهمی های دانش آموزان در رابطه با کسر ها این است که عددهای صورت و مخرج را مستقل از اینکه جایگاهشان کجاست با هم مقایسه می کنند مثلاً در مقایسه ی دو عدد $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{5}$ با تصور اینکه ۵ از ۴ بزرگتر است نتیجه می گیرند که $\frac{1}{4}$ از $\frac{1}{5}$ بزرگتر است در صورتی که جواب درست خلاف گفته ی دانش آموز است. برای این بد فهمی می توان از یک مثال به صورت زیر استفاده کرد:

فرض کنید یک پیتزا تهیه کرده اید می خواهید خودتان آن را برش دهید در حالت اول پیتزا را به ۴ قسمت تقسیم کرده و یک قسمت را بر می داریم یعنی $\frac{1}{4}$ پیتزا را بر داشته ایم. پیتزا را به ۵ قسمت مساوی تقسیم کرده و یک قسمت از ۵ قسمت را بر می داریم (یعنی $\frac{1}{5}$ پیتزا را بر می داریم) حال سوال این است که در کدام حالت تکه ی پیتزا بزرگتر است؟ بله در حالت اول تکه پیتزا بزرگتر است یعنی $\frac{1}{4}$ از $\frac{1}{5}$ بزرگتر است. بنابراین می توان نتیجه گرفت که در دو کسری که صورت برابر دارند کسری بزرگتر است که مخرج آن کوچکتر باشد.

۶- گاهی دانش آموزان تصور می کنند که کسرهایی که دارای مخرج های کوچکتر هستند، همیشه بزرگترند و توجهی که به صورت کسرها ندارد، مثلاً در مقایسه ی دو کسر $\frac{1}{4}$ و $\frac{2}{4}$ ، بدون توجه به صورت، اعلام می کنند که عدد $\frac{1}{4}$ بزرگتر است چون مخرج آن کوچکتر است، در صورتی که به صورت توجهی نکرده اند. برای رفع این بد فهمی می توان با رسم دو مستطیل با طول و عرض برابر و رنگ آمیزی $\frac{1}{4}$ و $\frac{3}{4}$ نشان داد که $\frac{3}{4}$ از $\frac{1}{4}$ بزرگتر است. دو مستطیل با طول و عرض برابر در نظر می گیریم.

در شکل اول ۱ قسمت از ۲ قسمت رنگ آمیزی شده است یعنی نصف مساحت شکل. اما در شکل دوم ۳ قسمت از ۴ قسمت رنگ آمیزی شده است که مساحت قسمت رنگ آمیزی شده از نصف شکل بیشتر است بنابراین $\frac{3}{4}$ از $\frac{1}{2}$ بیشتر است.

بدفهمی های محیط و مساحت:

بعضی از دانش آموزان در هنگام یادگیری مباحث مربوط به محیط و مساحت دچار بدفهمی هایی می شوند که در ادامه به بررسی بعضی از این بدفهمی ها می پردازیم

اشتباه گرفتن مفهوم محیط و مساحت:

برخی از دانش آموزان نمی توانند مفهوم محیط و مساحت را به خوبی از هم تفکیک کنند و در هنگام حل تمرینات و یا در امتحانات درسی، این دو مفهوم را به جای یکدیگر فرض می کنند. برای رفع این بدفهمی می توان با استفاده از مثال های عینی این دو مفهوم را برای آنها تفهیم کرد. به عنوان مثال، کشاورزی به زمین مستطیل شکل دارد که برای جلوگیری از ورود حیوانات به داخل زمین، می خواهد دور تا دور آن را نرده بکشد. اگر طول زمین ۵۰ متر و عرض زمین ۴۰ متر باشد کشاورز به چند متر نیاز دارد؟

در این سوال چون به محاسبه ی نرده ی دور تا دور زمین می پردازیم باید محیط شکل را بیابیم که بنابراین مقدار نرده لازم برابر است با $۴۰+۵۰+۴۰+۵۰=۱۸۰$.



با بیان مثال فوق دانش آموز متوجه می شود که برای محاسبه ی محیط کافی است اندازه ی دور هر شکلی را حساب کنند. از مثال زیر می توان برای تفهیم مفهوم مساحت استفاده کرد.

کشاورزی یک زمین مستطیل شکل به طول ۵۰ و عرض ۴۰ متر دارد کشاورز می خواهد در زمین خود گندم بکارد. اگر در هر متر مربع یک کیلو گرم گندم بکارد، برای کاشتن کل زمین چقدر نیاز است؟ چون در این سوال کل داخل زمین کشاورزی مدنظر است باید مساحت زمین را محاسبه کنیم:

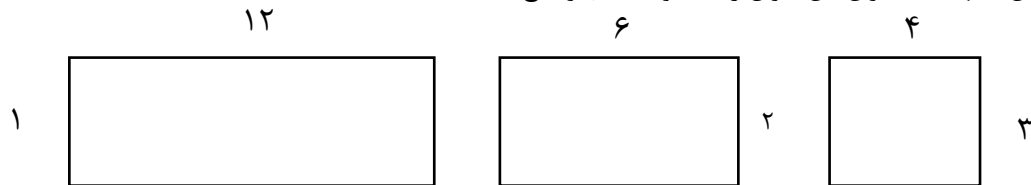
$$۲۰۰۰=۵۰ \times ۴۰ = \text{عرض} \times \text{طول} = \text{مساحت}$$

پس مساحت زمین ۲۰۰۰ متر مربع است. چون برای هر متر مربع یک کیلو گرم گندم نیاز بود برای ۲۰۰۰ متر مربع ۲۰۰۰ کیلو گرم گندم نیاز است.

فرضی برای محیط های دو شکل با مساحت های مساوی:

برخی از دانش آموزان فکر می کنند که اشکالی که مساحت برابر دارند، محیط برابر دارند این دسته از دانش آموزان به عنوان مثال در تمرین ۲ صفحه ۹۴ کتاب درسی محیط سه شکل داده شده را برابر در نظر می گیرند چون سه شکل مساحت برابر

دارند برای رفع این بدفهمی می توان این سوال را به صورت : توضیح داد:



درست است که هر سه شکل مساحت برابر ۱۲ را دارند ولی این دلیلی برای برابری نیست چون همانطور که در صفحه ۸۵ کتاب بیان شد محیط یعنی اندازه دور هر شکل و بنابراین محیط سه شکل فوق به صورت زیر است:

$$۶+۲+۶+۲=۱۶$$

$$۴+۳+۴+۳=۱۴$$

$$۱۲+۱+۱۲+۱=۲۶$$

بنابراین با توجه به اینکه هر سه شکل مساحت برابر دارند ولی محیط آنها برابر نیست.

عدم درک محیط در شکل های افراز شده و احتساب خط های داخلی در محاسبه ی محیط:

برخی از دانش آموزان به هنگام پیدا کردن محیط شکل های پیچیده که به سطوح مختلف افراز شده اند طول اضلاع شکل های افراز شده را نیز جمع می کنند. به عنوان مثال برای پیدا کردن محیط شکل زیر، محیط مربع آبی رنگ را نیز حساب می کنند برای رفع این بدفهمی باید به این موضوع اشاره کرد که محیط دور تا دور شکل است یعنی برای یافتن محیط باید ضلع هایی که در ناحیه ی آبی قرار دارند با همدیگر جمع کرد تا محیط بدست آید.

نتیجه گیری و پیشنهادات:

تحقیقات پژوهشگران و تجربیات معلمان نشان می دهد که بدفهمی ها مانعی برای یادگیری دانش آموزان است زیرا باعث می شود که دانش آموزان بردا نادرستی از مفاهیم تدریس شده داشته باشند و ممکن است این برداشت نادرست چندین سال در ذهن آنها بماند. در این پژوهش نشان دادیم که دانش آموزان سال سوم با بدفهمی های فراوانی روبرو هستند که این بدفهمی ها رایج

در ریاضیات به میزان قابل توجهی در میان دانش‌آموزان، کم و بیش فراگیر است. دلایل مهم این بدفهمی‌ها را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

۱- ضعف و بدفهمی مطالب پایه‌ای سال دوم و اول ابتدایی

۲- روش‌های سنتی تدریس

۳- کتاب‌های کمک آموزشی که قدرت تفکر را از دانش‌آموزان می‌گیرد

۴- ضعف تدریس بعضی از دبیران ریاضی

با توجه به بدفهمی‌های موجود در پایه سوم، توجه به عواملی مانند تجدید نظر در روش‌های ریاضی و توجه به یادگیری هوشمندانه، توجه به فهم رابطه‌ای به جای فهم ابزاری و فراهم کردن فضای گروهی در کلاس و ایجاد بحث و تبادل نظر، برگزاری کارگاه‌هایی برای دبیران ریاضی برای تبادل تجربیات دبیران در مواجهه با بدفهمی‌های دانش‌آموزان، می‌تواند در کاهش بدفهمی‌های ریاضی دانش‌آموزان موثر باشد.

در پایان پیشنهاد می‌شود:

الف) بدفهمی‌های رایج هر پایه‌ی تحصیلی توسط دبیران با تجربه شناسایی و در اختیار معلمان آن پایه قرار گیرد تا معلمان هنگام تدریس به رفع بدفهمی‌هایی که به وجود خواهد آمد، بپردازند.

ب) ریشه‌های بروز بدفهمی‌ها شناسایی شده و به نحو مطلوبی در اختیار معلمان قرار گیرد.

مراجع

[۱] بخشعلی زاده، شهرناز، (۱۳۹۲). شناسایی بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی در حوزه محتوایی ریاضی: پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش.

[۲] صدیقی، مریم (۱۳۸۸) بررسی مهارت جبری در دانش‌آموزان دختر سال اول متوسطه، پایان نامه کارشناسی ارشد، رشته‌ی آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی.

[۳] گویا، زهرا. حسام، عبدالله (۱۳۸۸). طرحواره‌های ذهنی: توجیه‌گر بدفهمی‌های ریاضی دانش‌آموزان، فصلنامه روان‌شناسی کاربردی، ۱ (۲)، ۱۷۷.

- [4] Askew, M. (2002). The changing primary mathematics classroom- the challenge of the National Numeracy Strategy. In L. Haggerty (Ed.), *Aspects of Teaching Secondary Mathematics: Perspectives on Practice*. London: Routledge Falmer.
- [5] Bell, A. (2005). *Introduce Diagnostic Teaching*. Alan Bell and the Toolkit Team. A Strategy in the Toolkit for Change Agents. MARS, Michigan State University
- [6] Hansen, A. (2011) *Children's Errors in Mathematics: Understanding Common Misconceptions in Primary*.
- [7] Kieren, T.E. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers, in R. Lesh (ed.), *Number and Measurement: Papers from a Research Workshop* ERIC/SMEAC, Columbus, OH, pp. 101–144.
- [8] Lamon, S.J. (2006). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- [9] Rivera, F. D. (2011). *Toward a Visually-Oriented School Mathematics Curriculum*. Mathematics Education Library. A.J. Bishop. Volume 49. San Jose State University. Springer Dordrecht Heidelberg London New York, USA.
- [10] Samson, D. (2007). Patterns of visualisation. *Learning and Teaching Mathematics*, 5, 4-9. Schools. 2nd Edition. Learning Matters, Exeter.
- [11] Stewart, V. M. (2005). *Making sense of students' understanding of fractions: An exploratory study of sixth graders' construction of fraction concepts through the use of physical referents and real world representations*. PhD thesis, Florida State University.
- [12] Swan, M. (2006). *Improving Learning in Mathematics: Challenges and Strategies* (Standards Unit). Department for Education and Skills Standards Unit. University of Nottingham.